C03-Quiz

Exercice 1. Rappeler la définition d'évènements incompatibles.

Exercice 2. Rappeler la définition d'un espace probabilisé (et d'une probabilité)

Exercice 3. Quelle est la formule de Poincaré (au moins sur trois ensembles) ?

Exercice 4. Rappeler la probabilité conditionnelle de A sachant B.

Exercice 5. Rappeler la formule des probabilités composées.

Exercice 6. Rappeler la formule des probabilités totales.

Exercice 7. Rappeler la formule de Bayes.

Réponses

Exercice 1 : Deux évènements A et B sont dits **incompatibles** lorsque les ensembles correspondants sont **disjoints** (i.e. $A \cap B = \emptyset$).
Exercice 2 : Soit $(\Omega, \mathcal{T})$ un espace probabilisable. On appelle **probabilité** définie sur $(\Omega, \mathcal{T})$ toute application

$$\begin{aligned} p : \mathcal{T} &\longrightarrow [0;1] \\ A &\longmapsto p(A) \end{aligned}$$

vérifiant $p(\Omega) = 1$ et $p\left(\cup_{i \in I} A_i\right) = \sum\limits_{i \in I} p(A_i)$ pour toute famille finie ou dénombrable d'évènements deux à deux incompatibles (on dit que p est σ-additive). Alors $(\Omega, \mathcal{T}, p)$ est un **espace probabilisé**.
Exercice 3 : $p\left(\cup_{i \in I} A_i\right) = \sum_{i \in I} p(A_i) - \sum_{i \neq j} p(A_i \cap A_j) + \sum_{i,j,k \text{ distincts}} p(A_i \cap A_j \cap A_k) + ... + (-1)^{n+1} p\left(\cap_{i \in I} A_i\right).$
Exercice 4 : $p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$.

Exercice 5 :
$p\left(\cap_{i\in I} A_i\right) = p(A_1) \times p_{A_1}(A_2) \times p_{A_1\cap A_2}(A_3) \times ... \times p_{A_1\cap ...\cap A_{n-1}}(A_n)$
Exercice 6 : Formule des probabilités totales Soit $(A_i)_{i\in I}$ un système complet d'évènements tel que $\forall i \in I, \quad p(A_i) \neq 0$ alors, $\forall B \in \mathcal{A}$:

$$p(B) = \textstyle\sum_{i\in I} p_{A_i}(B) \times p(A_i).$$

Exercice 7 : Soit $(A_i)_{i\in I}$ un système complet d'évènements tel que $\forall i \in I, \quad p(A_i) \neq 0$. Soit $B \in \mathcal{A}$ tel que $p(B) \neq 0$. Alors, $\forall j \in I$, on a :

$$p_B(A_j) = \frac{p(A_j \cap B)}{p(B)} = \frac{p_{A_j}(B) \times p(A_j)}{\sum_{i\in I} p_{A_i}(B) p(A_i)}$$