

# C10-Quiz

**Exercice 1.**  Déterminer le rang de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 2.** 🎵 Quelle est la transposée de la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$  ?

**Exercice 3.**  Que vaut  ${}^t(AB)$  ?

**Exercice 4.** 🎵 Rappeler la définition d'une matrice symétrique et d'une antisymétrique.

**Exercice 5.**  Comment note-t-on l'ensemble des matrices inversible d'ordre  $n$  ?

**Exercice 6.** 🎵 Compléter les formules suivantes : •  $(A^{-1})^{-1} = \dots$

•  $({}^tA)^{-1} = \dots$

•  $(AB)^{-1} = \dots$

**Exercice 7.** ♪ Que signifie la phrase :  $GL_n(\mathbb{R})$  est un groupe non abélien.

**Exercice 8.**  Combien connaissez-vous de méthode pour calculer l'inverse d'une matrice ?

## Réponses

Exercice 1 :

$$\begin{array}{ccccc} & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & \\ & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & \\ & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 & \longrightarrow \\ & 1 & 3 & 4 & 6 & 5 & \\ & 1 & 4 & 5 & 8 & 6 & \end{array}$$
  
$$\begin{array}{ccccc} \overbrace{u_1}^{v_1} & \overbrace{u_2 - u_1}^{v_2} & \overbrace{u_3 - 2u_1}^{v_3} & \overbrace{u_4 - 2u_1}^{v_4} & \overbrace{u_5 - 3u_1}^{v_5} & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 2 & \\ 1 & 3 & 3 & 6 & 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 \overbrace{w_1} & \overbrace{w_2} & \overbrace{w_3} & \overbrace{w_4} & \overbrace{w_5} \\
 \overbrace{v_1} & \overbrace{v_2} & v_3 - v_2 & v_4 - 2v_2 & v_5 - v_2 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 3 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

On a donc

$$\text{rg}(u_1, \dots, u_5) = \text{rg}(v_1, \dots, v_5) = \text{rg}(w_1, \dots, w_5) = \text{rg}(w_1, w_2) = \boxed{2}.$$

**Exercice 2 :**  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$

**Exercice 3 :**  ${}^t(AB) = {}^tB \cdot {}^tA.$

**Exercice 4 :** Si  ${}^tA = A$ , on dit que  $A$  est **symétrique**.

Si  ${}^tA = -A$ , on dit que  $A$  est **antisymétrique**.

**Exercice 5 :**  $GL_n(\mathbb{R})$  (pour Groupe Linéaire).

**Exercice 6 :** •  $(A^{-1})^{-1} = A.$

•  $({}^tA)^{-1} = {}^t(A^{-1}).$

- $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .

**Exercice 7 :** Le produit n'est pas commutatif.

**Exercice 8 :** Trois méthodes (au moins) : l'archaïque, la méthode de Gauss, la méthode de Cramer (horrible!)

