

Logique - Théorie des ensembles - Relations binaires - Dénombrement - Probabilités

EN2D2

Thierry Sageaux, Lycée Gustave Eiffel.

THEORIE DES ENSEMBLES : Différence symétrique. Parties d'un ensemble. Produit cartésien. Recouvrements et partitions. Démonstration d'une égalité d'ensemble, de l'intersection vide de deux ensembles.

RELATIONS BINAIRES : Réflexivité, symétrie, antisymétrie, transitivité. Relations d'équivalence. Classes d'équivalence. Relations d'ordre.

DENOMBREMENT : Révision de première année.

PROBABILITÉS : Probabilités discrètes (et même plutôt finies). Probabilités conditionnelles. Formules de Bayes, des proba. composées, des proba. totales.

VARIABLES ALÉATOIRES FINIES : Définition et notation. Espérance, variance et écart type, Formule de König-Huygens.

Questions de Cours :

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Différence symétrique, • Nombre de parties d'un ensemble de cardinal n, • Def d'une relation réflexive, • Def d'une relation symétrique, • Def d'une relation antisymétrique, • Def d'une relation transitive, • Def d'une classe d'équivalence, • Définition du raisonnement par l'absurde, | <ul style="list-style-type: none"> • Def image réciproque d'un ensemble, • Formule de Bayes, • Formule des probabilités composées, • Formule des probabilités totales, • Def variable aléatoire, • Def espérance, • Def variance, • Formule de König-Huygens, |
|--|---|

Exercices préparatoires :

Exercice 1.

Dans une brasserie, on dispose de 4 entrées différentes, 6 plats différents et 5 desserts différents. Une formule consiste à prendre un plat et un dessert ou une entrée et un plat. Combien existe-t-il de formules différentes ?

Exercice 2.

Dans mes barres chocolatées, on trouve des images équitablement réparties de cinq personnages Walt Disney, une image par tablette. Combien dois-je acheter de barres pour que la probabilité d'avoir Donald dépasse 0,8 ?

Exercice 3.

Sur $\mathbb{Z}$, on pose

$$x\mathcal{R}y \text{ si et seulement si } x - y \text{ est multiple de 2 et de 3}$$

et

$$x\mathcal{R}'y \text{ si et seulement si } x - y \text{ est multiple de 2 ou de 3.}$$

- 1) Déterminer si $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ sont des relations d'équivalence.
- 2) Déterminer les classes d'équivalence éventuelles.



Solutions des exercices

Exercice 1.

$4 \times 6 \times +6 \times 5 = 54$. Expression avec "ET" et "OU"...

Exercice 2.

On doit résoudre $1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n \geq 0,8$. On trouve $n \geq 8$

Exercice 3.

1) La relation $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence, mais pas $\mathcal{R}'$ car elle n'est pas transitive ($3\mathcal{R}'5$ et $5\mathcal{R}'8$, mais 3 et 8 ne sont pas en relation).

2) Pour $\mathcal{R}$ donc, il y a six classes d'équivalence : celles de 0, 1, 2, 3, 4 et 5 selon le reste de la division euclidienne par 6.

