Programme de Khôlle $n°5$ (semaine 42)

Logique - Théorie des ensembles - Relations binaires - Dénombrement

EN2D2 Thierry Sageaux, Lycée Gustave Eiffel.

THEORIE DES ENSEMBLES : Différence symétrique. Parties d'un ensemble. Produit cartésien. Recouvrements et partitions. Démonstration d'une égalité d'ensemble, de l'intersection vide de deux ensembles.

RELATIONS BINAIRES : Réfléxivité, symétrie, antisymétrie, transitivité. Relations d'équivalence. Classes d'équivalence. Relations d'ordre.

DENOMBREMENT : Révision de première année.

PROBABILITÉS : Probabilités discrètes (et même plutôt finies). Probabilités conditionnelles. Formules de Bayes, des proba. composées, des proba. totales.

VARIABLES ALÉ ATOIRES FINIES : Définition et notation. Espérance, variance et écart type, Formule de König-Huygens. Lois de Bernoulli, binomiale, uniforme, multinomiale, hypergéométrique.

Questions de Cours :

- Différence symétrique,
- Nombre de parties d'un ensemble de cardinal n,
- Def d'une relation réflexive,
- Def d'une relation symétrique,
- Def d'une relation antisymétrique,
- Def d'une relation transitive,
- Déf d'une classe d'équivalence,
- Définition du raisonnement par l'absurde,
- Def image réciproque d'un ensemble,
- Formule de Bayes,
- Formule des probabilités composées,
- Formule des probabilités totales,
- Def variable aléatoire,
- Def espérance,
- Def variance,
- Formule de König-Huygens,
- Loi de Bernoulli,
- Loi binomiale,
- Loi uniforme,
- Loi hypergéométrique.

Exercices préparatoires :

Exercice 1.

Dans une brasserie, on dispose de 4 entrées différentes, 6 plats différents et 5 desserts différents. Une formule consiste à prendre un plat et un dessert ou une entrée et un plat. Combien existe-t-il de formules différentes ?

Exercice 2.

Dans mes barres chocolatées, on trouve des images équitablement réparties de cinq personnages Walt Disney, une image par tablette. Combien dois-je acheter de barres pour que la probabilité d'avoir Donald dépasse $0,8$?

Exercice 3.

Sur $\mathbb{Z}$, on pose

$$x\mathcal{R}y \text{ si et seulement si } x-y \text{ est multiple de 2 et de 3}$$

et

$$x\mathcal{R}'y \text{ si et seulement si } x-y \text{ est multiple de 2 ou de 3.}$$

1) Déterminer si $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ sont des relations d'équivalence.

2) Déterminer les classes d'équivalence éventuelles.

Solutions des exercices

Exercice 1.

$4 \times 6 \times +6 \times 5 = 54$. Expression avec "ET" et "OU"...

Exercice 2.

On doit résoudre $1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^n \geq 0,8$. On trouve $n \geq 8$

Exercice 3.

1) La relation $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence, mais pas $\mathcal{R}'$ car elle n'est pas transitive ($3\mathcal{R}'5$ et $5\mathcal{R}'8$, mais 3 et 8 ne sont pas en relation.

2) Pour $\mathcal{R}$ donc, il y a six classes d'équivalence : celles de 0, 1, 2, 3, 4 et 5 selon le reste de la division euclidienne par 6.