Feuille d'exercices $n°3$

Probabilités

EN2D2 Lycée Gustave Eiffel.

Exercice 1. ♪

On range au hasard 10 livres sur une étagère. Quelle est la probabilité pour que trois livres donnés soient rangés côte à côte ?

Exercice 2. ♩

Un tiroir contient 10 paires de gants toutes différentes. On tire 4 gants. Quelle est la probabilité de tirer :

1) Deux paires complètes ? **2)** Au moins une paire ? **3)** Une seule paire ?

Exercice 3. 𝅗𝅥

Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On tire trois fois de suite une boule avec remise.

Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres :

1) Dans un ordre strictement croissants ?

2) Dans un ordre croissant (au sens large) ?

Exercice 4. ♪

Trois machines A, B et C produisent respectivement 60%, 30% et 10% de la production des pièces d'une entreprise. La machine A (resp. B et C) produit 2% (resp 3% et 4%) de pièces défectueuses.

1) On choisit une pièce au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

2) On a choisi une pièce défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été fabriquée par la machine B ?

Exercice 5. ♩

Dans une urne U_1, on dépose 10 boules rouges, 5 boules blanches et dans l'urne U_2, on dépose 4 boules rouges et 6 boules blanches. On prélève dans U_1 une boule que l'on place dans U_2 puis on tire une boule de U_2 et on constate qu'elle est blanche. Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit blanche sachant qu'on a tiré une boule blanche au second tirage ?

Exercice 6. ♩

Un sac contient 3 jetons : l'un a deux faces noires, un autre deux faces blanches et le dernier une face blanche et une face noire.

On tire au hasard un jeton du sac. On le pose sur la table. la face visible est noire. Quelle est la probabilité que le jeton tiré ait deux faces noires ?

Exercice 7. ♩

On considère trois urnes : U_1 (qui contient 2 boules noires et 3 boules rouges), U_2 (qui contient 1 boules noires et 4 boules rouges) et U_3 (qui contient 3 boules noires et 4 boules rouges).

On tire une boule dans U_1, une boule dans U_2 et on met les deux boules dans U_3.

On tire alors une boule de U_3. Elle est noire.

Quelle est la probabilité que la boule tirée de U_1 soit rouge ?

Exercice 8. 𝅗𝅥

M. Martin a perdu son parapluie. la probabilité qu'il l'ait perdu dans son immeuble est $\frac{1}{2}$, et ce, de façon équiprobable à chacun des 6 étages.

M Martin fouille les cinq premiers étages de fond en comble sans succès. Quelle est la probabilité qu'il ait perdu son parapluie au sixième et dernier étage ?

Exercice 9. ♪

A un concours de grande Ecole, on sait qu'un tiers des candidats vient d'une classe préparatoire privée. A l'issue de ce concours, on constate que le quart des étudiants ayant intégré l'Ecole vient du privé. De plus, on sait qu'un étudiant sur 10 du public a intégré l'Ecole.

Quelle est la probabilité d'intégrer cette Ecole lorsque l'on est issu d'une classe préparatoire privée ?

Exercice 10. ♩

Soient n et N deux entiers naturels non nuls. Une urne contient N boules dont une proportion p ($p \in [0,1]$) de blanches. On effectue n tirages au hasard dans l'urne.

1) Les tirages s'effectuent avec remise et on pose $k \in [1,n] \cap \mathbb{N}$.

a) Déterminer la probabilité de tirer une boule blanche au k^e tirage.

b) Déterminer la probabilité de tirer la première boule blanche au k^e tirage.

c) Déterminer la probabilité de tirer k boules blanches au cours des n tirages.

2) Dans cette question, les tirages s'effectuent sans remise et on suppose que $n < N$. Pour tout $k \in [0,n] \cap \mathbb{N}$, déterminer la probabilité de tirer k boules blanches au cours des n tirages (on suppose que le nombre de boules blanches contenues initialement dans l'urne est supérieur ou égal à k).

Exercice 11. ♩

On considère n urnes numérotées de 1 à n. L'urne k contient k boules rouges et $n-k$ boules blanches. On choisit une urne au hasard et on tire avec remise dans cette urne.

1) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au 2^e tirage sachant que le premier tirage a donné une boule rouge ?

2) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au $(p+1)^e$ tirage sachant que les p premiers tirages ont donné une boule rouge ?

Exercice 12. ♩

On prélève 8 cartes dans un jeu de 32. Quelles est la probabilité que les 8 hauteurs soient représentées ?

Exercice 13. ♪

Un éléphant écrit des mots de 5 lettres formés avec les lettres B, A et R, chacune écrite au moins une fois. Quelle est la probabilité qu'il écrive "BABAR" ?

Exercice 14. ♩ *Classique !*

Un professeur oublie fréquemment les clés de sa classe.

Si le jour n il oublie ses clés, la probabilité qu'il oublie ses clés le jour $n+1$ est de $0,1$.

Si le jour n il n'oublie pas ses clés, la probabilité qu'il les oublie le lendemain est $0,4$.

La probabilité qu'il les oublie le premier jour est $0,4$.

Exprimer la probabilité p_n qu'il les oublie le jour n.

Exercice 15. ∞ *(d'après le concours FFJM, $\frac{1}{4}$-finales 2012)*

Texte original : "On tire aléatoirement une suite infinie de chiffres 0, 1 ou 2. Puis on lit dans l'ordre du tirage. Quelle est la probabilité qu'on lise (les virgules n'étant pas prononcées) "2, 0, 1, 2" sans avoir lu "0, 1, 2" avant ?

Vous répondrez sous forme d'une fraction irréductible."

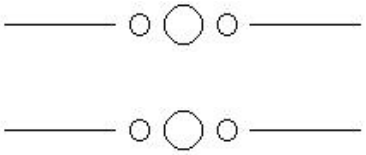
On note Ω_n l'ensemble des suites ordonnées de n nombres choisis parmi $\{0,1,2\}$. On note A_n l'ensemble de ces suites ne contenant pas la séquence 012 et ne se terminant pas par 01. On pose $a_n = \operatorname{card} A_n$ et $a_0 = 1$.

1) Déterminer $\operatorname{card} \Omega_n$.

2) Déterminer a_1 et a_2.

3) Montrer que $a_n = 3a_{n-1} - a_{n-3}$.

4) On pose l'évènement E_n : "après une suite de A_n, la séquence 2012 apparaît pour la première fois".

a) Déterminer la probabilité $p(E_n)$.

b) Déterminer la probabilité p cherchée.