

Exercice 1 : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 7x^2 - 14xy + 21x$$

$$B = 15x^3 + 10x^2 + 5x$$

$$C = -7x(x+2) + 14(x+2)$$

$$D = (2x-5)^2 + 3(2x-5)$$

$$E = (3x-5)^3 + 3x-5$$

Exercice 2 : Repérer un facteur commun puis factoriser les expressions suivantes.

$$A = 49x^3 - 7x^2$$

$$B = 10x^3 - 15x^2 + 5x$$

$$C = 2x(2x+1) - 6(2x+1)$$

$$D = (x+6)^2 - 2(x+6)(x-1)$$

Exercice 3 : Faites apparaître un facteur commun puis factoriser les expressions suivantes.

$$E = (3x-1)(x-2) - 3x(2-x)$$

$$F = (5+x)(4-3x) + (3x-4)(x-4)$$

$$H = (4x-8)(1-2x) - (9x-18)(5-x)$$

$$G = (2x+1)(3-x) + (x-3)(3x-5)$$

Exercice 4 : Compléter les expressions suivantes :

$$1. (\dots + \dots)^2 = 4x^2 + \dots + y^2$$

$$2. (x + \dots)^2 = \dots + 4xy + \dots$$

$$3. (4x - \dots)^2 = \dots - \dots + 9y^2$$

$$4. (\dots - \dots)^2 = \dots - 6ab + b^2$$

$$5. (\dots - 3y)^2 = \dots - 12xy + \dots$$

$$6. (\dots - 2y)(\dots + 2y) = 9x^2 - \dots$$

$$7. (3\sqrt{5} + \dots)(3\sqrt{5} - \dots) = \dots - 1$$

$$8. (\dots + \dots)(\dots + \dots) = 25x^2 - 4$$

Exercice 5 : Dans chacune des questions suivantes, déterminez s'il faut factoriser ou développer puis trouvez l'identité remarquable à utiliser et conclure :

a) Calculez $55^2 - 45^2$;

b) Complétez $(x+\dots)^2 = \dots + \dots + 25$;

c) Montrer que $a^2+ab+b^2 = (a+\frac{b}{2})^2 + \frac{3b^2}{4}$;

d) Calculez 105×95 ; e) Résoudre $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = 0$;

f) $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = \dots$;

g) Résoudre $(7x-2)^2 - 3x(4-14x) = 0$;

h) $(\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2}+3\sqrt{5})^2$ est-il un entier ?

h) $(3t+\dots)^2 = \dots - 12t + \dots$;

i) Quel est le signe de $(x^2+1)(x^2+2)+x^4-1$?

Exercice 6 : Montrer que si a, b, c et d sont quatre réels, on a :

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

On s'intéresse aux nombres entiers égaux à la somme de deux carrés parfaits comme par exemple : $146 = 121 + 25 = 11^2 + 5^2$.

Montrer que si l'on multiplie deux entiers qui ont cette propriété, alors le produit a cette propriété. Application : 16498



SOLUTIONS :

Exercice 1 : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 7x(x-2y+3)$$

$$D = 2(2x-5)(x-1)$$

$$B = 5x(3x^2+2x+1)$$

$$E = (3x-5)(3x-4)$$

$$C = 7(x+2)(-x+14)$$

Exercice 2 : Repérer un facteur commun puis factoriser les expressions suivantes.

$$A = 7x^2(7x-1)$$

$$C = 2(2x+1)(x-3)$$

$$B = 5x(2x^2-3x+1)$$

$$D = (x+6)(8-x)$$

Exercice 3 : Faites apparaître un facteur commun puis factoriser les expressions suivantes.

$$E = (x-2)(6x-1)$$

$$G = (3-x)(6-x)$$

$$F = 9(4-3x)$$

$$H = (x-2)(x-41)$$

Exercice 4 : Compléter les expressions suivantes :

$$1. (2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$5. (2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$2. (x+2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$6. (3x-2y)(3x+2y) = 9x^2 - 4y^2$$

$$3. (4x-3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$$

$$7. (3\sqrt{5}+1)(3\sqrt{5}-1) = 45-1$$

$$4. (3a-b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$$

$$8. (5x+2)(5x+(-2)) = 25x^2 - 4$$

Exercice 5 :

a) Factoriser. $55^2 - 45^2 = (55-45)(55+45) = 10 \times 100 = 1000$

b) Développer. Complétez $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$;

c) Développer le terme de droite : $\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} = a^2 + ab + \frac{b^2}{4} + \frac{3b^2}{4} = a^2 + ab + b^2$;

d) Développer. $105 \times 95 = (100+5)(100-5) = 10000 - 25 = 9975$;

e) Factoriser. $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = (3x+1-2x+3)(3x+1+2x-3) = (x+4)(5x-2) = 0$ et $S = \{-4; \frac{2}{5}\}$;

f) Factoriser. $(3x+1)^2 - (2x-3)^2 = (x+4)(5x-2)$;

g) Factoriser. $(7x-2)^2 - 3x(4-14x) = (7x-2)(7x-2+6x) = (7x-2)(13x-2)$, donc $S = \{\frac{2}{13}; \frac{2}{7}\}$

h) Développer. $(\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2}+3\sqrt{5})^2 = (5+18-6\sqrt{10}) - (2+45-6\sqrt{10}) = -24$. Donc oui.

h) Développer $(3t+(-2))^2 = 9t^2 - 12t + 4$;

i) Factoriser. $(x^2+1)(x^2+2) + (x^2+1)(x^2-1) = (x^2+1)(2x^2+1) > 0$

Exercice 6 : Il suffit de développer de chaque côté et de voir que ça donne la même chose. Il suffit d'appliquer la formule. On commence par décomposer $16\,498 = 2 \times 73 \times 113$. Et on trouve les carrés : $73 = 8^2 + 3^2$; $113 = 7^2 + 8^2$; $2 = 1^2 + 1^2$. Donc

$$2 \times 73 \times 113 = (1^2 + 1^2)(3^2 + 8^2)(7^2 + 8^2) = [(3+8)^2 + (8-3)^2](7^2 + 8^2)$$

$$= (11^2 + 5^2)(7^2 + 8^2) = (77+40)^2 + (88-35)^2 = 117^2 + 53^2$$

