Exercice 1: On considère quatre points A, B, C et D du plan, non-alignés et tels que $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}$
.

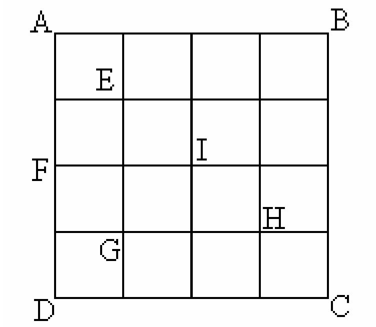
1. Faire une figure puis placer le point I tel que $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
2. Soit J le milieu de [CD]. Montrer que les droites (AJ) et (BC) sont parallèles.
3. On note K le point d'intersection de (AJ) et de (DI). Démontrer que K est le milieu de [DI].
4. Exprimer $\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{CD}$ en fonction de $\overrightarrow{CK}$.
5. Déterminer les réels x et y tels que $\overrightarrow{CI}=x\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{CD}=y\overrightarrow{BA}$.
6. Déduire des questions précédentes que $\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{IA}$.
7. Que dire alors des droites (CK) et (IA) ?

Exercice 2: Soit ABCD un parallélogramme, M et N les milieux respectifs de [AD] et [BC].
Un intrus s'est glissé dans la liste suivante, le débusquer :
$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{NA}$; $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{CM}$; $\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{AD}$

Exercice 3: Le triangle ABC étant donné, placer les points D et E tels que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ et préciser la position de A, D et E.

Exercice 4: Dans chaque cas, remplacer le symbole # par le point convenable :

1. $\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{E\#}=\overrightarrow{AF}$
2. $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{FE}-\overrightarrow{G\#}$
3. $\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{\#F}$



Exercice 5: Soit ABC un triangle, B' et C' les symétriques respectifs de B et C par rapport au point A. On pose $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$.

1. Faire un dessin et exprimer en fonction de u et v chacun des vecteurs suivants :
$\overrightarrow{B'A}$; $\overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{C'B'}$
2. Quelle est la nature du quadrilatère BCB'C' ?
3. Déterminer $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{C'A}+\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{B'C'}$; $\overrightarrow{C'B}+\overrightarrow{CB}$.

Exercice 6: Soit ABC un triangle rectangle en A. Placer les points D, E, F et G tels que :
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AF}$; $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AG}$. Quelle est la nature du quadrilatère DEFG ?

Exercice 7: Soit A et B deux points distincts. Trouver dans chaque cas une relation entre $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$, puis entre $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$.

1. M est le point de la demi-droite [AB) tel que MA=$\frac{2}{3}$AB.
2. M est le point de la demi-droite [AB) tel que 2AM=5AB.
3. M est tel que $3\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AM}$
4. M est le symétrique de B par rapport à A.

Exercice 8: Soit ABCD un quadrilatère et M et N les points définis par :

$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AD}$.

1. Etablir les relations :

   $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$.

2. En déduire que si ABCD est un parallélogramme, les points C, M et N sont alignés.

<u>*Exercice 9*</u>: Dans un triangle ABC, placer les points I et J tels que :

$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ}= 3\overrightarrow{AC}$.

Montrer que $\overrightarrow{BJ}=3\,\overrightarrow{IC}$ et en déduire que les droites (BJ) et (IC) sont parallèles.

<u>*Exercice 10*</u>: Soit quatre points distincts A, B, C et D. On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA]. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{LK}$. Quelle est la nature de IJKL.

<u>*Exercice 11*</u>: On considère un triangle ABC et un point O. On construit les points I, J et Ktels que OABI, OBCJ et OCAK soient des parallélogrammes. Montrer que O est le centre de gravité du triangle IJK ?

<u>*Exercice 12*</u>: Le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est orthonormal.

1. Placez les points A(1 ;4), B(-3 ;2), C(0 ;-4), D(4 ;-2).
2. Démontrez que ABCD est un parallélogramme.
3. Démontrez que ABCD est en fait un rectangle.
4. Calculez son format $f=\dfrac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$.
5. Déterminez les coordonnées des points E et F définis par $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{f}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{f}\overrightarrow{BC}$.
6. Prouvez que CDEF est un rectangle. puis calculez son format f'.
7. Déterminez les coordonnées des points H et G définis par $\overrightarrow{CH}=\frac{1}{f'}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{FG}=\frac{1}{f'}\overrightarrow{FE}$.
8. Précisez la nature du quadrilatère CFGH et calculez le rapport $r=\dfrac{\text{aire(CFGH)}}{\text{aire(ABCD)}}$

<u>*Exercice 13*</u>: Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ on donne les points F(0 ;1) et I(0 ;-1). On mène par I la droite *d* parallèle à l'axe des abscisses. On note M(x ;y) un point du plan qui se projette orthogonalement en H sur *d*.

1. a) Pourquoi H a-t-il pour coordonnées (x ;-1) ?
   b) Calculez MH^2 en fonction de y, puis MF^2 en fonction de x et y.
2. Démontrez que MF=MH équivaut à $y=\frac{1}{4}x^2$.
3. Construisez dans le repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ la courbe C représentative de la fonction $f : x\xi\ \frac{1}{4}x^2$.
4. a) Placez sur la courbe C le point M_1 d'abscisse 4 et le point M_2 d'abscisse –1.
   b) Quelle est l'ordonnée du point M_1 ? Quelle est l'ordonnée du point M_2 ?
   c) Démontrez que les points M_1, F et M_2 sont alignés.
5. On projette orthogonalement M_1 en H_1 et M_2 en H_2 sur la droite *d*.
   a) Calculez les coordonnées de H_1 et H_2 puis celles du milieu K de [H_1H_2].
   b) Démontrez que $KF=KH_1=KH_2$. Déduisez-en que le triangle H_2FH_1 est rectangle.

6. a) Démontrez que (KM_1) est la médiatrice de $[FH_1]$.
   b) Déduisez-en que $\widehat{KFM_1}=90°$.
   c) Prouvez alors que le cercle de diamètre $[H_1H_2]$ est tangent en F à la droite (M_1M_2).

Exercice 14: Le repère (O ;i ;j) est orthonormal.

1. Placez les points A(-1 ;6), B(5 ;9), C(5 ;-6), D(1 ;2).
2. Démontrez que le triangle ABC est rectangle.
3. Démontrez que les vecteurs CD et CA sont colinéaires en précisant la valeur du coefficient de colinéarité k tel que CD=kCA.
4. La parallèle à (AB) passant par D coupe (BC) en E. Déterminer les coordonnées de E.
5. Soit F le projeté orthogonal de A sur la droite (BC). Montrer que ADE est rectangle.
6. En déduire que A, E, F et D sont situés sur un même cercle. Précisez son centre et son rayon.

Exercice 15: Dans l'exercice de la fourmi sur le cylindre ou sur le cône, la courbe obtenue n'est pas une courbe plane, même si la développée est une droite.