

Les documents ne sont pas autorisés. Les doudoux (y compris portables et calculatrices) sont éteints, rangés dans les sacs, eux-mêmes déposés au fond de la salle ou au pied du tableau. Le barème est indicatif.

Exercice 1. (11 pt) En vrac

Dans tout ce qui suit, $n \in \mathbb{N}$.

- 1) Ecrire 952 en base 2, puis en base 8 et enfin en base 16.
- 2) Déterminer le nombre de multiples de 57 entre 10 000 et 100 000.
- 3) Si $n \equiv 12 \pmod{42}$, a-t-on $n \equiv 2 \pmod{7}$?
- 4) Quel est le reste de la division de $237\,144^{27\,718}$ par 7 ?
- 5) Effectuer la multiplication suivante en base 4 : $(310212)_4 \times (2013)_4$.
- 6) Montrer que le nombre $2n^3 + 3n^2 - 2n$ est divisible par 6.
- 7) Pour quelles valeurs de n le nombre $\alpha = 2188^n + 1137^n$ est-il divisible par 5 ?

Exercice 2. (5 pt)

On veut montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7.

- 1) Par récurrence.
- 2) Directement.

Exercice 3. (5 pt)

- 1) Montrer que la somme de trois nombres impairs consécutifs est divisible par 3.
- 2) Si $n \geq 2$, la somme de n nombres impairs consécutifs peut-il être premier ?

Exercice 4. (3 pt)

Dans une liste de 51 nombres entiers entre 1 et 100, il y a en a toujours un qui divise un autre.

